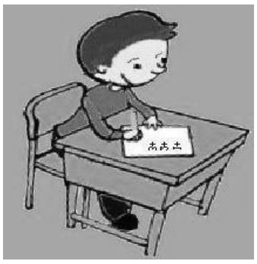
Álgebra. Ejemplo del niño de siete años
Lógica Matemática. Autor David Gómez Salas



Cuando Friedrich Gauss tenía 7 años de edad, su maestro le pidió que sumara todos los números del 1 al 100. El maestro pensaba que el niño tardaría mucho tiempo en sumar 100 números. Pero Gauss le dio la respuesta (5,050) en cinco minutos.

Gauss se dio cuenta que al sumar el primero con el último (1+100), el segundo con el penúltimo (2+99), el tercero con el antepenúltimo (3+98), obtendría 50 veces 101. Por lo tanto la respuesta es 50x101 = 5,050.

Deducciones de Ximena, David y Poloux

A.- Deducción de Ximena

¿Puedes encontrar una forma general de resolver este tipo de suma?—preguntó David.

Si—contestó Ximena. Casos en que la cantidad de números a sumar es par el resultado se puede calcular en la forma siguiente:

Usaré el caso del cuento, en que le piden a Friedrich sumar del 1 al 100—dijo Ximena.

Paso1

El valor de la suma por pareja (S), es el valor inicial (1) más el valor final (100). S = 1+100 = 101

Paso 2
El número de parejas de igual valor (P), es el total de sumandos entre dos. P = 100 / 2 = 50

Paso 3
El resultado es igual a P x S

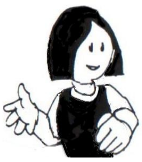
Aplicando los valores de P y S, se obtiene 50x101 = 5,050

Si observas lo anterior, la fórmula para calcular la suma total, será la siguiente:
$R= (X_1 + Xn) \times n / 2$

Los significados y valores de las variables, son:
R = Resultado de sumar de X_1 a Xn
X_1 = Número inicial = 1
X_2 = Número final = 100
n.- Número de sumandos = 50

Substituyendo valores:
$R = (1+100) \times 100/2 = 101 \times 50 = 5,050$

El segundo ejemplo de Ximena



Ahora lo explicaré con otro ejemplo: sumar del número 51 al numero 100. El total de sumandos es 50.

Paso1
El valor de la suma por pareja (S), es el valor inicial (1) más el valor final (100).
S = 51+100 = 151

Paso 2
El número de parejas de igual valor (P), es el total de sumandos entre dos. P = 50 / 2 = 25

Paso3
El resultado = P x S
Aplicando los valores de P y A se obtiene: 25x151 = 3,775

Se puede utilizar directamente la expresión o fórmula que se dedujo en el primer ejemplo:

Fórmula:
$R= (X_1 + Xn) \times n / 2$

Los significados y valores de las variables, son:
R = Resultado de sumar de X_1 a Xn
X_1 = Número inicial = 51
X_2 = Número final = 100
n = Número de sumandos = 50

Resutado, substituyendo valores:
R = (51+100) x 50/2 = 151 x 25 = 3,775

B.- La deducción de David

Después Ximena preguntó: ¿Cómo lo harías cuando la cantidad de sumandos sea impar?

Te lo explicaré, también, con el siguiente ejemplo—contestó David

Sumar del número 52 al número 100.

En este caso el número de sumandos es 49, es impar. El resultado se puede calcular adaptando ligeramente los pasos antes mencionados,

Paso 1
La suma del 52 al 100 es igual a 52 más la suma del 53 al 100.

Por lo tanto se realiza la suma del 53 al 100 y al resultado se le suma el número 52.

La fórmula para calcular la suma total, es:
$R= (X_1 + Xn) \times n / 2$

Los significados y valores de las variables, son:
R =Resultado de sumar de X_1 a Xn
X_1 = Número inicial = 53
X_2 = Número final = 100
n = Número de sumandos = 48

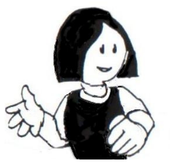
Substituyendo valores:

R= (53 + 100) x 48/2 = 153 x 24 = 3,672
El resultado final es 3,672 + 52 = 3,724

Mira, si el número total de números a sumar es impar, se excluye el primer número y se tendrán un número de sumandos par, a los cuales se les podrá aplicar el procedimiento. Después al resultado obtenido, se sumará el primer número para obtener el gran total. Es todo.

Ximena y David, se dieron cuenta que Poloux, 2 años más joven, los observaba.

Ximena creyendo que a Poluox le resultaría difícil de entender lo anterior, decidió explicarle utilizando ejemplos mas sencillos.



Te explicaré con la suma del 1 la 10—dijo Ximena.

Paso1

El valor de la suma por pareja (S), es el valor inicial (1) más el valor final (10). S = 1+10 = 11

Paso 2
El número de parejas de igual valor (P), es el total de sumandos entre dos. P = 10 / 2 = 5

Paso 3
El resultado es igual a P x S

Aplicando los valores de P y S, se obtiene 5 x11 = 55

Ahora te explicaré con la suma del 1 al 9—agregó Ximena.

La suma del 1 al nueve la ordenaré en la forma siguiente:
1+ (2+9) + (3+8) + (4+7) + (5+6)
Podrás observar que (2+9), (3+8), (4+7), (5+6) suman 11 cada pareja.
Así que 1 + 4x11 = 1 + 44 = 45

¿Verdad, que es fácil?—pregunto Ximena.

Si, es fácil—respondió Poloux. Los complicados son ustedes.

C.- La deducción de Poloux

Sonriente dijo:

El resultado de sumar todos los números enteros comprendidos entre el número "m" y el número "n", se resuelve en la forma siguiente:
$R = (n + m) (n - m +1)/2$
Para todos los casos.

Ejemplos:

Del 1 al 100:	R = (100 + 1) (100-1+1) / 2 = 101x50 = 5,050
Del 51 al 100:	R = (100 + 51) (100–51+1) / 2 = 151 x 25 = 3,775
Del 52 al 100:	R = (100 + 52) (100–52+1) / 2 = 152 x 24.5 = 3,724
Del 1 al 9:	R = (9 + 1) (9–1+1) / 2 = 10 x 4.5 = 45